

Ingegneria gestionale – a. a. 2025/26
Prova scritta per il corso di Analisi Matematica II
2026.07.13

Cognome: Nome:
Matricola:

Rispondere alle seguenti domande motivando le risposte (le risposte non motivate valgono 0 punti).

1. (6 punti)

- (a) Scrivere l'enunciato del criterio di Leibniz (che riguarda la convergenza di una serie alternata), specificando tutti gli oggetti e le proprietà che appaiono.
- (b) Stabilire se la seguente serie converge, e se converge assolutamente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3n^3 + 1} (-1)^n.$$

- (c) Determinare il raggio di convergenza della seguente serie.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+n)^{n^2}}{n^{n^2}} x^n$$

2. (10 punti)

- (a) Dare una funzione f che ammetta un punto di massimo globale che non sia un punto critico.
- (b) Trovare tutti i punti critici della seguente funzione su $\mathbb{R}^2$ e stabilire se ognuno di essi è un punto di minimo locale, di massimo locale o di sella. Stabilire se alcuni di essi sono punti di minimo o massimo globali.

$$f(x, y) = e^{x^3+y^3+3xy}$$

- (c) Trovare i punti di minimo e massimo locali della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \quad \text{vincolati all'insieme} \quad E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1\}$$

e discutere se essi sono punti di minimo o massimo globali.

3. (6 punti)

- (a) Stabilire se il seguente campo vettoriale su $\mathbb{R}^2$ è irrotazionale e/o conservativo.

$$\mathbf{F}(x, y) = (2x \cos(xe^y) - x^2 e^y \sin(xe^y), -x^3 e^y \sin(xe^y))$$

- (b) Sia γ una parametrizzazione del cerchio C di raggio 3 con centro in $(0, 0)$ che comincia dal punto $(3, 0)$ e va in senso orario. Trovare una tale γ .

Scrivere (**non calcolare e non c'è neanche bisogno di espandere o semplificare**) il seguente integrale di linea come un integrale di una funzione esplicita dove $\mathbf{F}$ e γ sono quelli sopra. Dopodichè determinare il valore.

$$\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$$

4. (6 punti) Calcolare il seguente integrale multiplo

$$\iint_D \exp\left(\frac{x-y}{x+y}\right) dx dy, \quad \text{dove } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, 0 \leq y, x+y \leq 1\},$$

usando il cambio di variabili $u = x + y, v = x - y$ e indicando la regione Ω che corrisponde a D nelle coordinate uv (suggerimento: scrivere Ω come un dominio normale rispetto ad u)

5. (6 punti) Sia $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy^2, x^2z, yz^2)$ un campo vettoriale su $\mathbb{R}^3$, Σ la superficie del cilindro:

$$\Sigma := \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 2, 0 \leq z \leq 2\} \cup \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 2, z \in \{0, 2\}\}.$$

Sia $\mathbf{N}_e$ il versore normale esterno in ogni punto regolare di Σ .

Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\iint_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N}_e dS.$$