

Ingegneria gestionale – a. a. 2025/26  
**Prova scritta per il corso di Analisi Matematica II**  
2026.06.26

Cognome: ..... Nome: .....  
Matricola: .....

---

Rispondere alle seguenti domande motivando la risposta (risposte non motivate valgono 0 punti).

1. (6 punti)

- (a) Scrivere l'enunciato del criterio del rapporto, specificando tutti gli oggetti e le proprietà che appaiono.
- (b) Stabilire, al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , se la seguente serie converge, e se converge assolutamente, spiegando come si applica il criterio del rapporto.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 1}{\sqrt{n!}} (x - 1)^n.$$

- (c) Stabilire se la seguente successione converge puntualmente su  $[-2, 2]$ ,

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{3^k} x^k.$$

Scrivere  $f(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} f_k(x)$  (se esiste). Trovare  $N \in \mathbb{N}$  tale che  $|f_n(2) - f(2)| < \frac{1}{2}$  per tutti  $n \in \mathbb{N}, n > N$ .

2. (10 punti)

- (a) Dare una funzione  $f$  sul dominio  $[0, 1] \times [0, 1]$  che non ammetta un punto di massimo globale.
- (b) Trovare tutti i punti critici della seguente funzione e stabilire se ognuno di essi è un punto di minimo locale, massimo locale o di sella. Stabilire se alcuni di loro sono punti di minimo o massimo globali.

$$f(x, y) = e^x(xy - y^2 - 2)$$

- (c) Trovare i punti di minimo e massimo locali della funzione

$$f(x, y) = x - y \quad \text{vincolati all'insieme} \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3y^2 = 1\}$$

e discutere se sono punti di minimo o massimo globali.

3. (6 punti) Sia  $f(x, y) = y \cos(x^2 e^y)$ .

- (a) Calcolare  $\mathbf{F} = \nabla f$ . Stabilire se  $\mathbf{F}$  è irrotazionale o no.

(b) Trovare una parametrizzazione  $\boldsymbol{\gamma}$  della parte  $C$  dell'iperbole  $x^2 - y^2 = 3, x > 0$ , che parte da  $(2, -1)$  e finisce in  $(2, 1)$ , e scrivere  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$  usando la definizione dell'integrale di linea (senza calcolare).

(c) Determinare il valore di  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$ .

4. (6 punti) Calcolare il seguente integrale multiplo

$$\iiint_D (x^2 + y^2 + (z - 2)^2) dx dy dz, \quad \text{dove } D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}.$$

5. (6 punti) Sia  $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^{zy^2}, e^{yx^2}, e^{xz^2})$  un campo vettoriale su  $\mathbb{R}^3$ ,  $C$  il bordo del quadrato con i vertici  $(0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 0)$ .

(a) Dare una parametrizzazione  $\boldsymbol{\gamma}$  di  $C$  che va in senso antiorario sul piano  $xy$ .

(b) Determinare il valore del seguente integrale di linea

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}.$$